

U.D.A.

FRAZIONI E MUSICA

IP

- ◉ In questa unità d'apprendimento abbiamo appurato il legame tra la matematica e la musica. Infatti il valore delle note corrisponde a delle frazioni. In matematica si studiano le frazioni, mentre nelle discipline musicali si studiano le note e le pause con i rispettivi valori.



- ◎ Certe volte, le frazioni ci sono, si usano, si "sentono", e però non ce ne accorgiamo.



- ◎ *Le frazioni sono nella musica.* "do, re, mi, fa, sol, la, si" sono le note musicali; dove sono le frazioni?
- ◎ Pensate alla chitarra, al violino, al mandolino, Per produrre un suono con uno di questi strumenti si pizzica una corda: si vede allora la corda vibrare e, contemporaneamente, si ode un suono.

IL SUONO È VIBRAZIONE



- ◉ Anche senza avere uno strumento musicale, ve ne potete rendere conto con un semplice esperimento: prendete un pezzo di spago sottile ma resistente, o meglio un filo di nylon, lungo circa 90 centimetri.
- ◉ Fissatene una estremità, per esempio, alla maniglia di una porta, e, tenendo lo spago ben teso con la mano sinistra, pizzicatelo con la destra: sentirete un suono grave.
- ◉ Adesso, tirate di più lo spago, e pizzicate ancora: il suono è più acuto del precedente. Poi, partendo dalle condizioni della prima esperienza, riducete la lunghezza dello spago a $1/3$, fate cioè in modo che sia lungo circa 30 centimetri. Ripetete l'esperimento: udirete un suono più acuto di quello che si aveva con lo spago lungo.
- ◉ Con questi esperimenti ci si rende conto che ci sono due modi per ottenere un suono più acuto: tendere lo spago di più o scorciarlo.

◎ Perché il suono risulta più acuto? Che cosa accade in questi due casi? Accade che aumenta *il numero delle vibrazioni al secondo*, e l'altezza del suono — essere grave o acuto — dipende dal numero delle vibrazioni.

Più questo numero è grande e più il suono è acuto.

◎ Arriviamo adesso alla matematica attraverso esperimenti più precisi. Prendiamo tante corde dello stesso materiale e ugualmente tese. Se sono della stessa lunghezza, quando le pizzico, per esempio nel punto di mezzo, odo lo stesso suono; ma se una corda è più corta, il suono risulta più acuto.



- ⊙ Partiamo da una corda AB



- ⊙ se la riduco esattamente a metà ho la corda CD



- ⊙ e accade che il numero delle vibrazioni diventa esattamente il doppio (si può misurare con degli apparecchi speciali). Bene, il suono che si ode è più acuto di quello dato da AB, ma dà la stessa sensazione sonora: è un suono "uguale".
Se poi si divide CD a metà, il suono prodotto da questa corda è ancora più acuto, ma, anche questa volta, del tutto simile ai precedenti.
Insomma, se si prendono lunghezze della corda uguali a:
 - ⊙ $1/2, 1/4, 1/8, 1/16, \dots$
 - ⊙ il suono sarà sempre simile, ma via via più acuto: si ottiene sempre la stessa *nota*.

- ⊙ Ora invece, scorciamo la corda ma senza dividerla proprio a metà; facciamone per esempio i $2/3$

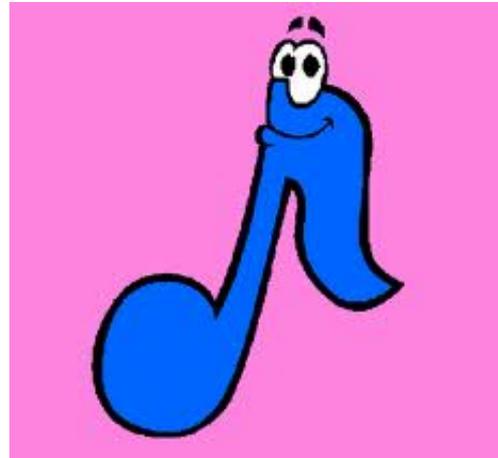


- ⊙ otterremo la corda EF



- ⊙ Ripetiamo l'esperimento: si produrrà un suono che dà una sensazione diversa da quella di prima. Se poi dividiamo a metà la corda EF, e poi ancora a metà, e così via, si otterrà una serie di suoni simili fra loro, più o meno acuti: è un'altra nota. "Scorciare la corda in modi diversi" — si è detto. È chiaro che potrei scorciarla a piacere, e avere così infinite note. Ma l'orecchio umano non distinguerebbe tutti questi suoni.

- ◉ Si è trovato che basta scorciare la corda *in 7 modi diversi* per avere sensazioni sonore diverse. Alle 7 lunghezze della corda corrispondono 7 diversi numeri di vibrazione della corda, e, dunque, 7 suoni diversi: **le 7 note musicali**. Si va di 7 in 7, di ottava in ottava.



- ◎ Suonando la lira, nel 500 a.C., Pitagora aveva scoperto questo, anzi... molto più di questo: aveva scoperto *la scala naturale*. La scala naturale è composta di 7 suoni diversi, cioè di 7 note che furono poi chiamate *do, re, mi, fa, sol, la, si*.



- ⊙ Ciò significa che il **numero delle vibrazioni** della corda che da il *re* è i $9/8$ del numero delle vibrazioni del *do* (ricordatevi: se scorcio la corda, il numero delle vibrazioni aumenta, e precisamente se la corda diventa la metà, il numero delle vibrazioni raddoppia; se diventa un terzo, il numero delle vibrazioni triplica; se diventa gli $8/9$, il numero delle vibrazioni diventai i $9/8$)
- ⊙ Per ottenere il *mi*, partendo sempre dalla corda "1" corrispondente al *do*, bisogna prenderne i $4/5$

do ●●●●●●●●●●

mi ●●●●●●●●

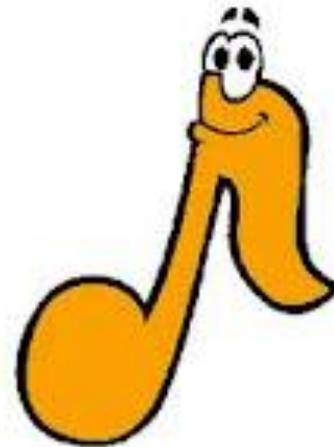
- ⊙ Il *mi* corrisponde dunque a un numero di vibrazioni uguali ai $5/4$ delle vibrazioni del *do*.

- ⊙ Ecco le sette note con indicato, in corrispondenza, il numero delle vibrazioni:

Note	do	re	mi	fa	sol	la	si
N° vibrazioni	1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8

- ⊙ Le frazioni vanno via via aumentando (mentre le lunghezze delle corde diminuiscono e diventano $8/9$, $4/5$, $3/4$, ...) e questo vuol dire che i suoni diventano via via più alti.

- ◎ Abbiamo confrontato tutte le note con il *do* e, per semplicità, abbiamo fissato uguale a 1 il numero delle vibrazioni del *do*. Ma, per convenzione, tutte le note si riportano al *la*, al suono cioè che si ottiene pizzicando una corda di lunghezza tale da compiere **440 vibrazioni al secondo**.
- ◎ Allora, il numero delle vibrazioni delle altre note sarà (tenete presente il quadro delle note e del numero di vibrazioni che abbiamo scritto prima):
 - ◎ **do** = $3/5 \cdot 440 = 264$
 - ◎ **re** = $9/8 \text{ do} = 9/8 \cdot 264 = 297$
 - ◎ **mi** = $5/4 \text{ do} = 5/4 \cdot 264 = 330$
 - ◎ **fa** = $4/3 \text{ do} = 4/3 \cdot 264 = 352$
 - ◎ **sol** = $3/2 \text{ do} = 3/2 \cdot 264 = 396$
 - ◎ **la** = 440
 - ◎ **si** = $15/8 \text{ do} = 15/8 \cdot 264 = 495$



© Molti secoli sono passati dal tempo di Pitagora che è stato il primo a capire la relazione musica-numero. Variazioni e perfezionamenti sono stati apportati alla scala naturale, ma lo stretto rapporto fra musica e numero rimane sempre. Quando suonate la chitarra, assieme al suono, voi, senza accorgervene, fate della matematica!



BIBLIOGRAFIA E SITIGRAFIA

- ◉ "Vita di Pitagora" di Bernardino Baldi ... - 1887.
- ◉ www.matematicamente.it
- ◉ www.pagliarone.it

